## Arbres, Processus de branchement non markoviens et processus de Lévy

Dans cette thèse, nous nous intéressons à trois développements des arbres de ramification ("splitting trees") introduits par Geiger&Kersting (1997), et aux processus de branchement de Crump-Mode-Jagers (CMJ) qui y sont associés. Ces arbres aléatoires modélisent une population où tous les individus ont des durées de vie indépendantes et identiquement distribuées et qui donnent naissance à taux constant $b$ durant leurs vies à des copies d'eux-mêmes. Le processus comptant le nombre d'individus vivants au cours du temps est un processus CMJ binaire et homogène qui peut être vu comme une généralisation du processus de vie et de mort markovien dans lequel les durées de vie sont exponentielles.

Dans un premier chapitre, nous considérons un modèle île-continent, généralisant celui de Karlin et McGregor, et dans lequel des individus portant des types immigrent à taux $\theta$ vers une île et y fondent des familles qui évoluent indépendamment et suivant le mécanisme décrit précédemment. Différentes hypothèses sont faites sur la façon dont les types sont choisis (soit chaque nouvel immigrant est d'un type différent des précédents, soit il est de type $i$ avec une proba $p_i$, etc.) et nous déterminons les proportions asymptotiques de chacun des types dans la population totale. Dans le cas "nouvel immigrant=nouveau type", la limite suit une distribution $GEM$ de paramètre $\theta/b$ et nous remarquons qu'elle ne dépend que de ce rapport et pas de loi de la durée de vie des individus.

Dans un second temps, nous étudions un autre modèle de population dans des mutations pouvant se produire à la naissance des individus avec une certaine probabilité. Nous considérons un modèle dit à une infinité d'allèles, c'est-à-dire que chaque mutant est d'un type (ou allèle) jamais rencontré auparavant, et neutre car quels que soient leurs types, les individus évoluent tous de la même manière. Nous étudions la partition allélique de la population en considérant son spectre de fréquence qui décrit le nombre de types d'âge donné et portés par un nombre donné d'individus. Nous obtenons des résultats concernant son comportement asymptotique en utilisant les caractéristiques aléatoires de Jagers&Nerman. Nous donnons également la convergence en loi des abondances des plus grandes familles et des âges des plus vieilles familles.

Dans le dernier chapitre, nous nous intéressons à des processus de Lévy spectralement positifs (ou sans sauts négatifs), ne dérivant pas vers $+\infty$ et que l'on conditionne à rester positifs en un nouveau sens. Pour cela, un processus $X$ partant de $x > 0$ est conditionné à atteindre des hauteurs arbitrairement grandes avant de toucher 0 où le terme hauteur est à comprendre au sens du processus des hauteurs de Duquesne&Le Gall (2002). La loi du processus conditionné est définie à l'aide d'une $h$-transformée via une martingale. Lorsque $X$ est à variation finie, l'argument principal est que $X$ peut être vu comme le processus de contour d'un arbre de ramification et ainsi conditionner le processus de Lévy revient à conditionner l'arbre à atteindre des générations arbitrairement grandes. Lorsque $X$ est à variation infinie, le processus des hauteurs est défini à l'aide de temps locaux et la martingale est construite à partir du processus d'exploration de Duquesne et Le Gall, qui est un processus de Markov à valeurs mesures.

### Mots-clefs

Processus de branchement, Processus de Lévy, Modèles de population, Immigration, Mutation, Conditionnement.